

本校数学科の取り組み H26-27

—SS数学—



□後期課程の数学の科目をSS数学として開講

SS数学 I (3), SS数学A(2), SS数学 II (4), SS数学B(2), SS数学 III (5)

□学習指導要領とDPシラバスとの対応の整理

□5・6年用評価規準の作成と使用

□独自テキストの作成とその実践

□授業から課題研究へ繋がった事例

本校数学科の理念



□ カリキュラムの理念

国際社会の一員として適切に判断し、行動できる人間を育成するために、数学的リテラシーを育成するとともに、数学に対する興味・関心を高め、豊かな感性を養う。

□ 本校における「数学的リテラシー」

- 確実な数学的根拠にもとづき判断する力
- 数学的な記号や論理、適切なテクノロジーを用いて、数学的な操作を行う力
- 数学を用いて、積極的に、豊かにコミュニケーションする力
- 数学が世界で果たす役割を見つけ、理解する力

□ カリキュラム策定の前提

- 数学的モデル化過程の重視
- テクノロジーの積極的な活用

全てDPの趣旨を含んでいる

評価規準の作成と使用



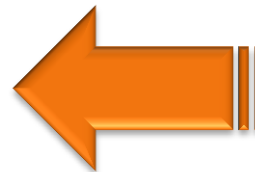
規準A		規準B		規準C
5・6年	知識・技能	プロセスと振り返り		数学的コミュニケーション
	数学的概念を理解し、計算などの数学的操作を行うことができる。	B1 現実の問題を解決するために、定式化、処理、解釈・評価のプロセスを踏むことができる。	B2 数学の事象からパターンや性質などを見いだし、確かめ、発展させることができる。	数学的表現を用いて、積極的に、豊かに他者とコミュニケーションすることができる。

現実事象の探究
(数学的モデル化)

数学事象の探究

□テキスト作成の前提

- 事象の探究を志向
 - 現実事象/数学事象
 - 事象の探究を通して、数学的概念・手法を獲得
- ICTの積極的な活用
- 発展的学習の一部導入
- 教科横断的な取り組み



独自テキストの作成



集合

順列・組合せ

複素数

推測統計

二次曲線

展開・因数分解

確率

図形と方程式

数列

極座標

三角比

整数の性質

指数関数

ベクトル

媒介変数表示

二次関数

初等幾何

対数関数

複素数平面

分散・相関

三角関数

極限

高等学校数学科
主な学習内容

微分積分

行列

微分法・積分法

独自テキストの作成



集合

順列・組合せ

複素数

推測統計

二次曲線

展開・因数分解

確率

図形と方程式

数列

極座標

三角比

整数の性質

指数関数

ベクトル

媒介変数表示

二次関数

初等幾何

対数関数

複素数平面

分散・相関

三角関数

極限

本校4年までの
既習・未習内容

微分積分

行列

微分法・積分法

独自テキストの作成



推測統計

二次曲線

図形と方程式

数列

極座標

ベクトル

媒介変数表示

初等幾何

複素数平面

三角関数

極限

本校4年までの
未習内容

微分積分

微分法・積分法

行列

独自テキストの作成



二次曲線

極座標

複素数平面

行列

図形と方程式

ベクトル

媒介変数表示

初等幾何

数列

三角関数

極限

微分積分

関連のある内容

推測統計

微分法・積分法

独自テキストの作成



図形と方程式

二次曲線

極座標

媒介変数表示

軌跡の考え

複素数平面

初等幾何

行列

三角関数

数列

ベクトル

微分積分

極限

推測統計

微分法・積分法

□ 「座標幾何」

節

主な内容

§ 1「図形と方程式・不等式」

軌

「図形と方程式」

§ 2「色々な曲線」

2次曲線など

§ 3「色々な曲線の表し方」

跡

媒介変数表示, 極座標, 極方程式

※タイトルは全て仮

独自テキストの作成事例－座標幾何



目標

直線や曲線などの平面図形に関する条件を適切な座標系や式を用いて表現・処理し、それらの図形の性質や関係を見いだしたり確かめたりできるようにするとともに、その方法を事象の考察に活用できるようにする。

内容

第1節 図形と方程式・不等式

直線や円などの基本的な平面図形に関する条件を直交座標や方程式・不等式を用いて表現・処理し、それらの図形の性質や関係を見いだしたり確かめたりするとともに、その手法を事象の考察に活用する。

第2節 二次曲線

放物線，楕円，双曲線が二次式で表されること及びそれらの二次曲線の基本的な性質を見だし，理解すること。

第3節 曲線のいろいろな表し方

媒介変数の意味及び曲線が媒介変数を用いて表されること，また，極座標の意味及び曲線が極方程式で表されることを理解し，それらを事象の考察に活用すること。

独自テキストの紙面の素案①



数学事象の探究

§ 1 図形と方程式・不等式

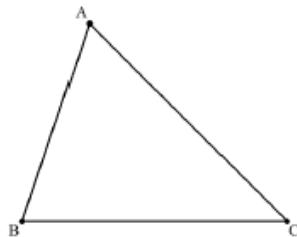
『TGUISS 数学 2』では、2元1次方程式 $ax+by=c$ のグラフは直線であることを学んだ。これは、逆に言えば、直線という「図形」を、 $ax+by=c$ という「方程式」で表すことができるということである。このようにして、「図形」の問題を「方程式」で表し、計算や式変形を活かして解決しようとする方法が17世紀に生み出された。本節では、その方法を獲得しよう。

探究1... 三角形の3頂点から対辺に下ろした垂線が1点で交わることを証明しよう。

三角形の3頂点から対辺またはその延長に下ろした垂線は、1点で交わる。この命題が真であることを、方程式を用いる方法で証明してみよう。

■問1 三角形の3頂点から対辺またはその延長に下ろした垂線が1点で交わることを、作図をすることによって確かめなさい。

■問2 図形についてこれまでに学習してきたことを活かして、上記の命題が真であることを証明しなさい。



■問3 図形を方程式で表すには何が必要になるだろうか。

■問4 右の図のような一般の三角形に対して座標軸を設定し、3頂点 A, B, C の座標を表しなさい。

■問5 直線 AB と、頂点 C から線分 AB におろした垂線の方程式を求めなさい。

■問6 上記の命題が真であることを証明しなさい。

このように、図形に座標平面を導入し、図形を方程式で表して、図形の性質を証明する方法がある。

・座標幾何の有用性の感得

独自テキストの紙面の素案②

現実事象の探究

探究4 東京タワーとスカイツリーが同じ高さに見える位置は？

大田区と目黒区の境に位置する東京工業大学からは、東京タワー(333m)と東京スカイツリー(634m)が同じ高さに見える。ここだけでなく、東京都内にはこれらのタワーが同じ高さに見えるスポットがいくつか存在し、タワーファンに人気であるという。それらのスポットを特定してみよう。

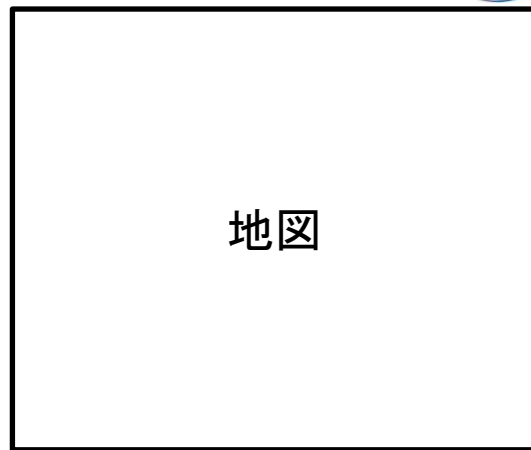


写真



2011・8・11 東京新聞

- 問1 ある2つのものが「同じ高さに見える」とは、どのような状況だろうか。
- 問2 2つのタワーが「同じ高さに見える」スポットは、どのような条件を満たす点の集合だろうか。
- 問3 2つのタワーが同じ高さに見える場所を、以下の地図に図示しなさい。



地図

問4 東京工業大学からは、2つのタワーが同じ高さに見えつつも、左右が逆の位置になって見える場所が存在する。なぜそのようなことが起こるのだろうか。



2011・8・11 東京新聞

一般に $m \neq n$ のとき、2 定点 A, B に対し、 $AP : BP = m : n$ を満たす点 P の軌跡は、線分 AB を $m : n$ に内分する点と外分する点を直径の両端とする円になる。この円を **アポロニウスの円** という。

$m=n$ のときはどうなるだろうか？

実践例 § 1

探究課題

主な内容

一点で交わる？(垂心)

軌跡,直線の方程式,平行,垂直

一点で交わる？(外心)

2点間の距離,円の方程式

一点で交わる？(重心)

分点,重心の座標

垂心,外心,重心の関係は？

オイラー線

$ax + by + c = 0$ の係数を変化させると？

定点を通る直線,領域,包絡線

$y = ax^2 + bx + c$ の b を変化させると？

媒介変数表示

東京タワーとスカイツリーが同じ高さに見えるのは？

アポロニウスの円

二直線から等しい点の集合は？

点と直線の距離

方べきの定理の再証明

円と直線の共有点

方べきの値が等しい点の軌跡は？

2円の関係,円束,円の接線

最適解は？

領域,線形計画法

探究4 東京タワーとスカイツリーが同じ高さに見える位置は？

大田区と目黒区の境に位置する東京工業大学からは、東京タワー(333m)と東京スカイツリー(634m)が同じ高さに見える. ここだけではなく、東京都内にはこれらのタワーが同じ高さに見えるスポットがいくつか存在し、タワーファンに人気であるという. それらのスポットを特定してみよう.

新旧タワー 同じ高さ!

完成時の高さ超過した東京スカイツリー(高さ634.1m)と、その約半分の東京タワー(高さ333.1m)が、同じ高さに見える。青空に並んで立つ2つのタワーは、過去に「昭和の時代」、未来をこなす回廊のようだ。不思議な感覚を味わいながら各地を歩いた。

三茶のお台場新御殿

住居や商店の背後には、幕張の三茶駅には、超層ビルが山積み。工業団地の三茶駅入るにその立、左海に線『も』が敷きつれた。

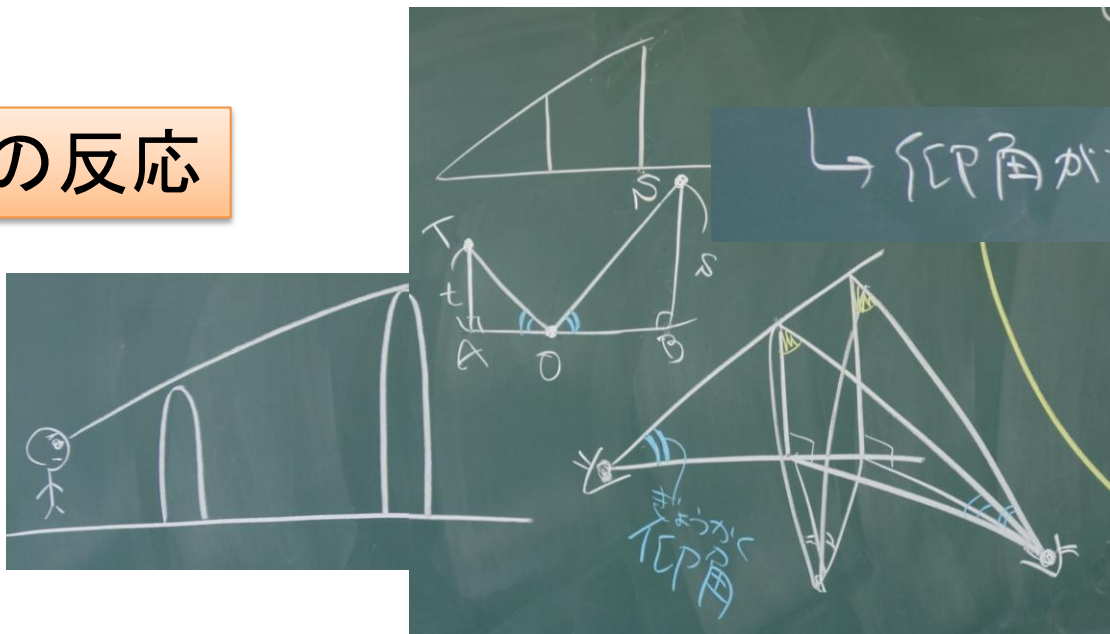
色に輝くスカイツリー、右『三茶』は熱烈なタワーには、東京タワーファンで、タワーの足元のあった。三茶の駅舎、墨田区で線を経営する様并に撮影された、ほぼ同じ『博』と『博』、ス高さに等しい。

世田谷区・三軒茶屋駅前 同じ高さに見える高層建の「スカイツリー」二 十六層にあるレストラン、スカイツリーからは、こんな撮影が楽しめる。探

授業の実際 — 座標幾何 —

T: どのような状態の時, 同じ高さに見えるか?

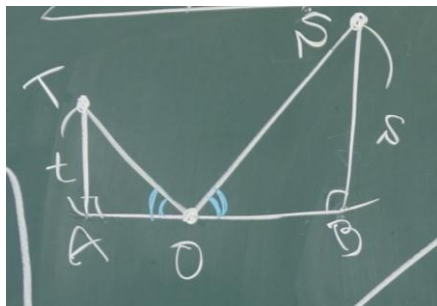
生徒の反応



授業の実際 — 座標幾何 —

T: 仰角が等しい所はどういう地点か？

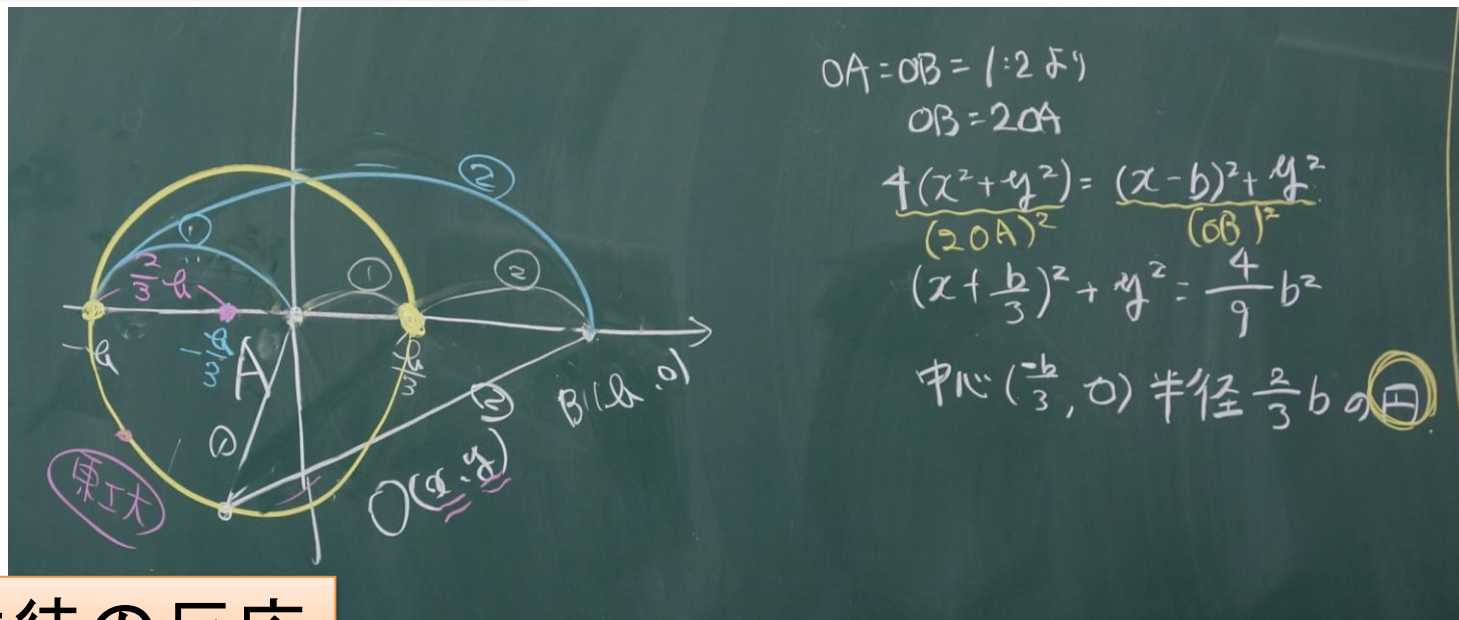
生徒の反応



$\tan \theta$ が等しい
目の位置: O
東京Aの3つ目: A / 一番上: T
2611の " : B / " : S
 $OA = OB = AT = BS = 333.634$
とある点Oの軌跡

簡単のために
1:2として考える
 $OA:OB=1:2$
座標系において
が良い？
水曜日

数学的処理, 結論



生徒の反応

アポロニウスの円を定義

独自テキストの紙面の素案②



数学的結論を
現実の場面と照合する



Google mapより

授業の実際 — 座標幾何 —



数学的モデル化サイクル の意識化

①と②が
同じ高さに見る場所は？

現実の世界

地図上に表されたA

現実的結論

数学の世界

数学的結論

数学的モデル (幾何学的モデル)

$OA = OB = 1:2$

$(x + \frac{1}{3}l)^2 + y^2 = \frac{4}{9}l^2$

中心 $(-\frac{1}{3}l, 0)$ 半径 $\frac{2}{3}l$ の円

授業から課題研究へ繋がった事例

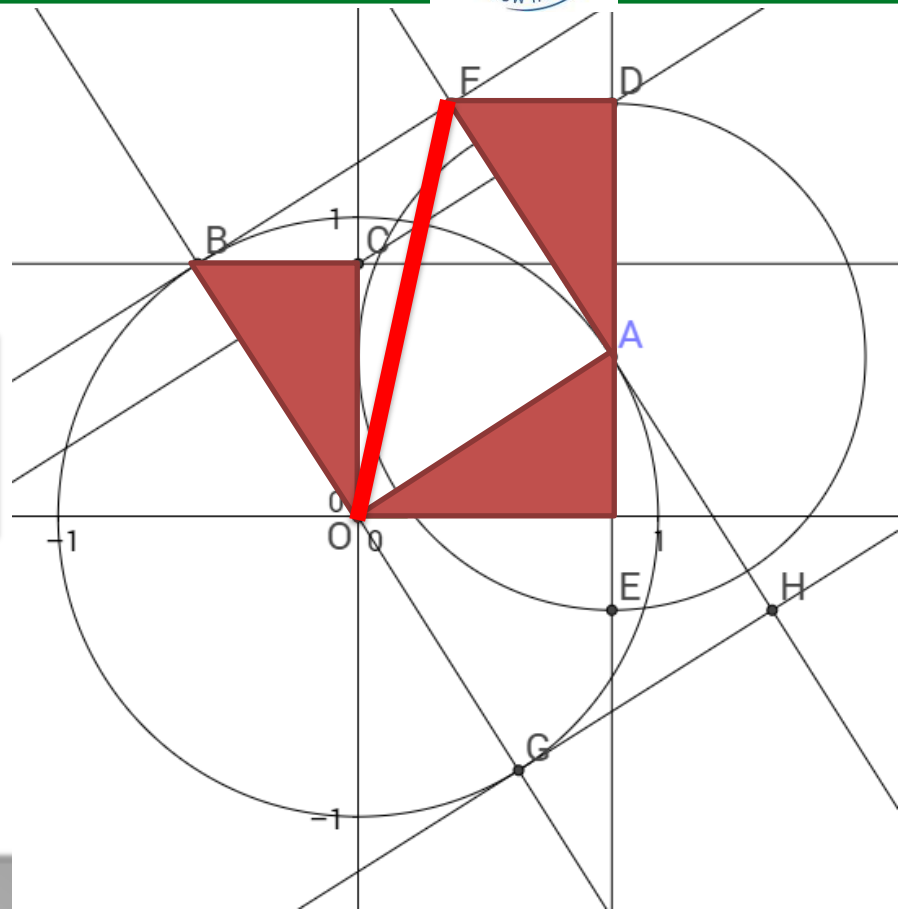


三角関数の授業で扱った題材を基に、生徒が課題研究のテーマとした事例を紹介する。

授業で扱った課題は以下の通りである。

$\sin\theta + \cos\theta$ が円運動となることを、図形的に解釈しよう

$$\sin\theta + \cos\theta = \sqrt{1^2 + 1^2}\sin(\theta + \alpha)$$

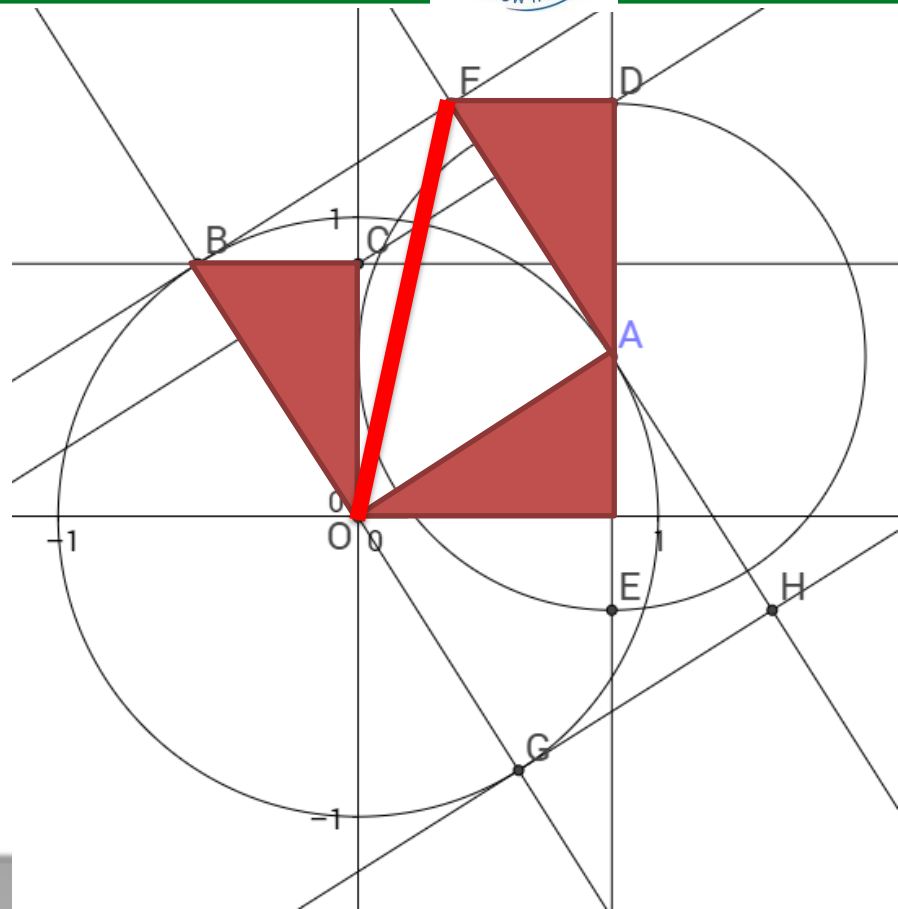


授業から課題研究へ繋がった事例

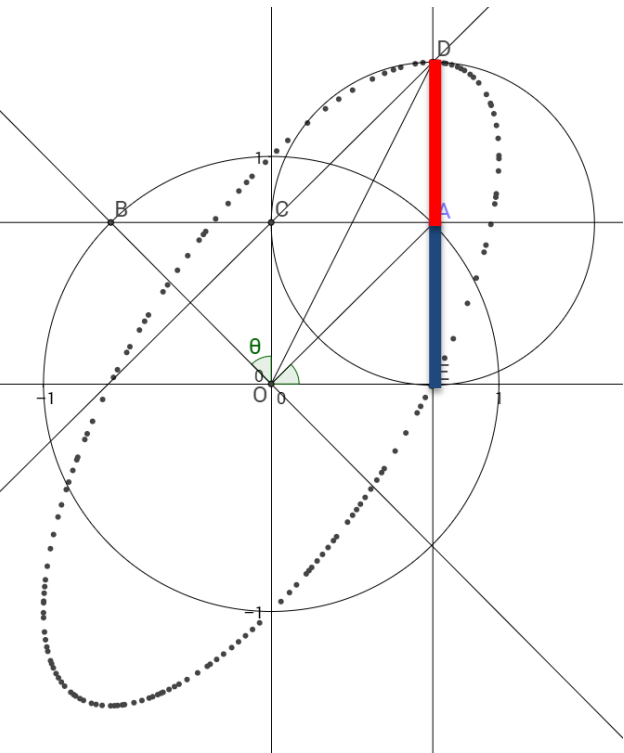


授業では、右図のように、 $\sin\theta + \cos\theta$ が点Fのy座標となるように考え、点Fが円運動をすることを確認した。

この課題を基に、ある生徒が、点Dのy座標も $\sin\theta + \cos\theta$ であるのであるから、点Aを動かしたとき、点Dがどのような軌跡を描くのかを調べた。



授業から課題研究へ繋がった事例



その結果、楕円となった。

長軸，短軸，x軸からの傾き，焦点等を調べたのち，右のように発展させた。

$$\begin{cases} x = cost \\ y = sint + cost \end{cases}$$

$$y = x \pm \sqrt{1 - x^2}$$



$$\begin{cases} x = cost \\ y = asint + bcost \end{cases}$$

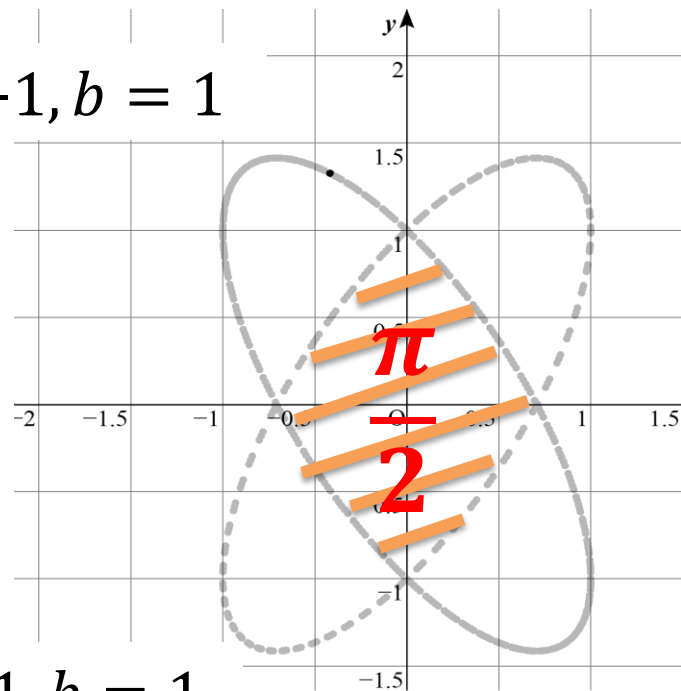
授業から課題研究へ繋がった事例



$$\begin{cases} x = \cos t \\ y = a \sin t + b \cos t \end{cases}$$

これに関する諸性質を調べた。
その中に、右図のように、2つのグラフの共通部分の面積に関する性質を見出した。

$$a = -1, b = 1$$



$$a = 1, b = 1$$

□課題発見能力の育成

授業の内容を発展させて、
課題研究のテーマとして設定できるような

能力

題材

□自ら数学的モデル化を遂行する力のさらなる育成

□統計処理能力の育成

検定……